Revisão de Matrizes

Valdex Santos

Instituto Federal da Bahia - IFBA

1 de novembro de 2011

Traço de uma Matriz

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal, isto é,

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal, isto é,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal, isto é,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Teorema:

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal, isto é,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Teorema: Sejam $A = [a_{ij}]$ e $B = [b_{ij}]$ matrizes de ordem n.

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal, isto é,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Teorema: Sejam $A = [a_{ij}]$ e $B = [b_{ij}]$ matrizes de ordem n. Então,

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal, isto é,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Teorema: Sejam $A = [a_{ij}]$ e $B = [b_{ij}]$ matrizes de ordem n. Então,
(a) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$.

Traço de uma Matriz

O traço de uma matriz $A = [a_{ij}]$, de ordem n, que denotamos por $tr(A)$, é a soma dos elementos da diagonal principal, isto é,

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Teorema: Sejam $A = [a_{ij}]$ e $B = [b_{ij}]$ matrizes de ordem n. Então,
(a) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$.
(b) $tr(\lambda A) = \lambda tr(A)$ para qualquer escalar λ.

Singularidade de Matrizes

Singularidade de Matrizes

Seja A uma matriz de ordem $m \times n$.

Singularidade de Matrizes

Seja A uma matriz de ordem $m \times n$. Dizemos que A é uma matriz não-singular se $AX = 0$ somente para $X = 0$.

Singularidade de Matrizes

Seja A uma matriz de ordem $m \times n$. Dizemos que A é uma matriz não-singular se $AX = 0$ somente para $X = 0$. Caso contrário, Seja A uma matriz de ordem $m \times n$. Dizemos que A é uma matriz não-singular se $AX = 0$ somente para $X = 0$. Caso contrário, ou seja,

Singularidade de Matrizes

Seja A uma matriz de ordem $m \times n$. Dizemos que A é uma matriz não-singular se $AX = 0$ somente para $X = 0$. Caso contrário, ou seja, se existe $X \neq 0$ tal que $AX = 0$

Singularidade de Matrizes

Seja A uma matriz de ordem $m \times n$. Dizemos que A é uma matriz não-singular se $AX = 0$ somente para $X = 0$. Caso contrário, ou seja, se existe $X \neq 0$ tal que $AX = 0$ dizemos que A é uma matriz singular.

Singularidade de Matrizes

Seja A uma matriz de ordem $m \times n$. Dizemos que A é uma matriz não-singular se $AX = 0$ somente para $X = 0$. Caso contrário, ou seja, se existe $X \neq 0$ tal que $AX = 0$ dizemos que A é uma matriz singular.

Observações:

Seja A uma matriz de ordem $m \times n$. Dizemos que A é uma matriz não-singular se $AX = 0$ somente para $X = 0$. Caso contrário, ou seja, se existe $X \neq 0$ tal que $AX = 0$ dizemos que A é uma matriz singular.

Observações:

- Se A é uma matriz de ordem $m \times n$, com $m < n$, então necessariamente A é uma matriz singular, isto é, o sistema linear homogêneo $AX = 0$ possui solução não trivial.
- Para uma matriz A de ordem n, A é uma matriz invertível se, e somente se, A é não singular.

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada.

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se,

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se,

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é,

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$ para todos i, j.

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$ para todos i, j.
Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A anti-simétrica se $A^t = -A$,

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$ para todos i, j.
Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A anti-simétrica se $A^t = -A$, isto é, $a_{ij} = -a_{ji}$ para todos i, j.

.

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$ para todos i, j.
Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A anti-simétrica se $A^t = -A$, isto é, $a_{ij} = -a_{ji}$ para todos i, j.
Exemplos: dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0 & 2-i & -3 \\ -2+i & 0 & i \\ 3 & -i & 0 \end{bmatrix}$$

.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$ para todos i, j.
Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A anti-simétrica se $A^t = -A$, isto é, $a_{ij} = -a_{ji}$ para todos i, j.
Exemplos: dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0 & 2-i & -3 \\ -2+i & 0 & i \\ 3 & -i & 0 \end{bmatrix}$$

Observamos facilmente que a matriz A é simétrica e a matriz B é anti-simétrica.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$ para todos i, j.
Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A anti-simétrica se $A^t = -A$, isto é, $a_{ij} = -a_{ji}$ para todos i, j.
Exemplos: dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0 & 2-i & -3 \\ -2+i & 0 & i \\ 3 & -i & 0 \end{bmatrix}$$

Observamos facilmente que a matriz A é simétrica e a matriz B é anti-simétrica.

Simetria Matrizes

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz quadrada. Dizemos que A simétrica se, e somente se, $A^t = A$, isto é, $a_{ij} = a_{ji}$ para todos i, j.
Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A anti-simétrica se $A^t = -A$, isto é, $a_{ij} = -a_{ji}$ para todos i, j.
Exemplos: dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0 & 2-i & -3 \\ -2+i & 0 & i \\ 3 & -i & 0 \end{bmatrix}$$

Observamos facilmente que a matriz A é simétrica e a matriz B é anti-simétrica.

Matriz Hermitiana

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn.

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A .

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$.

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn.

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A,

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*,

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*, como sendo a matriz $A^* = [\overline{a}_{ji}]$ de ordem *nxm*

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*, como sendo a matriz $A^* = [\overline{a}_{ji}]$ de ordem nxm, isto,

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*, como sendo a matriz $A^* = [\overline{a}_{ji}]$ de ordem *nxm*, isto, $A^* = (\overline{A})^t$.

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem *mxn*. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*, como sendo a matriz $A^* = [\overline{a}_{ji}]$ de ordem *nxm*, isto, $A^* = (\overline{A})^t$.
Ex.: Dada a matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 1+2i & i \\ 3 & 2\text{-}3i \end{bmatrix}$$

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*, como sendo a matriz $A^* = [\overline{a}_{ji}]$ de ordem nxm, isto, $A^* = (\overline{A})^t$.
Ex.: Dada a matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 1+2i & i \\ 3 & 2-3i \end{bmatrix}$$

A transposta Hermitiana de A dada por:

$$A^* = \begin{bmatrix} 1-2i & 3 \\ -i & 2+3i \end{bmatrix}$$

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.
Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*, como sendo a matriz $A^* = [\overline{a}_{ji}]$ de ordem nxm, isto, $A^* = (\overline{A})^t$.
Ex.: Dada a matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 1+2i & i \\ 3 & 2\text{-}3i \end{bmatrix}$$

A transposta Hermitiana de A dada por:

$$A^* = \begin{bmatrix} 1\text{-}2i & 3 \\ \text{-}i & 2+3i \end{bmatrix}$$

Matriz Hermitiana

Considere $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. A matriz obtida de A substituindo cada elemento por seu conjugado é denominada *matriz conjugada* da matriz A, que denotamos por $\overline{A}$. Assim, $\overline{A} = [\overline{a}_{ij}]$.

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz complexa de ordem mxn. Definimos a matriz *transposta Hermitiana* da matriz A, que indicamos por A^*, como sendo a matriz $A^* = [\overline{a}_{ji}]$ de ordem nxm, isto, $A^* = (\overline{A})^t$.

Ex.: Dada a matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 1+2i & i \\ 3 & 2\text{-}3i \end{bmatrix}$$

A transposta Hermitiana de A dada por:

$$A^* = \begin{bmatrix} 1\text{-}2i & 3 \\ \text{-}i & 2+3i \end{bmatrix}$$

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto,

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto, $a_{ij} = \overline{a}_{ji}$

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto, $a_{ij} = \overline{a}_{ji}$ para todos i, j.

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto, $a_{ij} = \overline{a}_{ji}$ para todos i, j. Geralmente indicamos $A^* = A$ para denotar uma matriz Hermitiana.

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto, $a_{ij} = \overline{a}_{ji}$ para todos i, j. Geralmente indicamos $A^* = A$ para denotar uma matriz Hermitiana.
Ex.:

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto, $a_{ij} = \overline{a}_{ji}$ para todos i, j. Geralmente indicamos $A^* = A$ para denotar uma matriz Hermitiana.

Ex.: A matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1\text{-i} & 2 \\ 1+\text{i} & 3 & \text{i} \\ 2 & \text{-i} & 0 \end{bmatrix}$$

é uma matriz Hermitiana

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto, $a_{ij} = \overline{a}_{ji}$ para todos i, j. Geralmente indicamos $A^* = A$ para denotar uma matriz Hermitiana.
Ex.: A matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1\text{-i} & 2 \\ 1+\text{i} & 3 & \text{i} \\ 2 & \text{-i} & 0 \end{bmatrix}$$

é uma matriz Hermitiana, isto é,

Matriz Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Hermitiana se $(\overline{A})^t = A$, isto, $a_{ij} = \overline{a}_{ji}$ para todos i, j. Geralmente indicamos $A^* = A$ para denotar uma matriz Hermitiana.

Ex.: A matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1\text{-i} & 2 \\ 1+\text{i} & 3 & \text{i} \\ 2 & \text{-i} & 0 \end{bmatrix}$$

é uma matriz Hermitiana, isto é, $A^* = A$.

Matriz Anti-Hermitiana

Matriz Anti-Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Anti-Hermitiana se

Matriz Anti-Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Anti-Hermitiana se $(\overline{A})^t = -A$, isto, $a_{ij} = -\overline{a}_{ji}$ para todos i, j.

Matriz Anti-Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Anti-Hermitiana se $(\overline{A})^t = -A$, isto, $a_{ij} = -\overline{a}_{ji}$ para todos i, j. Geralmente indicamos $A^* = -A$ para denotar uma matriz Anti-Hermitiana.

Matriz Anti-Hermitiana

Dizemos que uma matriz $A = [a_{ij}]$ complexa de ordem n é uma matriz Anti-Hermitiana se $(\overline{A})^t = -A$, isto, $a_{ij} = -\overline{a}_{ji}$ para todos i, j. Geralmente indicamos $A^* = -A$ para denotar uma matriz Anti-Hermitiana.
Ex.: A matriz complexa

$$A^* = \begin{bmatrix} \text{i} & \text{1-i} & 2 \\ \text{-1-i} & \text{3i} & \text{i} \\ -2 & \text{i} & 0 \end{bmatrix}$$

é uma matriz anti-Hermitiana, isto é, $A^* = -A$

Potenciação de Matrizes

Potenciação de Matrizes

Seja A uma matriz quadrada.

Potenciação de Matrizes

Seja A uma matriz quadrada. Define-se potenciação para expoentes naturais da seguinte forma:

Potenciação de Matrizes

Seja A uma matriz quadrada. Define-se potenciação para expoentes naturais da seguinte forma:
$A^0 = I$

Potenciação de Matrizes

Seja A uma matriz quadrada. Define-se potenciação para expoentes naturais da seguinte forma:
$A^0 = I$, $A^1 = A$

Potenciação de Matrizes

Seja A uma matriz quadrada. Define-se potenciação para expoentes naturais da seguinte forma:
$A^0 = I$, $A^1 = A$, $A^2 = AA$

Potenciação de Matrizes

Seja A uma matriz quadrada. Define-se potenciação para expoentes naturais da seguinte forma:
$A^0 = I$, $A^1 = A$, $A^2 = AA$, $A^3 = AA^2$

Potenciação de Matrizes

Seja A uma matriz quadrada. Define-se potenciação para expoentes naturais da seguinte forma:
$A^0 = I$, $A^1 = A$, $A^2 = AA$, $A^3 = AA^2$ e $A^{k+1} = AA^k$

Classificações especiais

- Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A é periódica, com período k, se $A^{k+1} = A$, onde k é o menor inteiro positivo com tal propriedade.

Classificações especiais

- Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A é periódica, com período k, se $A^{k+1} = A$, onde k é o menor inteiro positivo com tal propriedade.
- Seja A uma matriz quadrada de ordem nxn. Dizemos que A nilpotente se existe um $k \in \mathbb{N}^*$ tal que $A^k = 0_n$. Se k menor inteiro positivo tal que $A^k = 0_n$, dizemos que A nilpotente de índice k.

Classificações especiais

- Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A é periódica, com período k, se $A^{k+1} = A$, onde k é o menor inteiro positivo com tal propriedade.
- Seja A uma matriz quadrada de ordem nxn. Dizemos que A nilpotente se existe um $k \in \mathbb{N}^*$ tal que $A^k = 0_n$. Se k menor inteiro positivo tal que $A^k = 0_n$, dizemos que A nilpotente de índice k.
- Dizemos que a matriz quadrada A é auto-reflexiva se $A^2 = I$

Classificações especiais

- Seja A uma matriz quadrada. Dizemos que A é periódica, com período k, se $A^{k+1} = A$, onde k é o menor inteiro positivo com tal propriedade.
- Seja A uma matriz quadrada de ordem nxn. Dizemos que A nilpotente se existe um $k \in \mathbb{N}^*$ tal que $A^k = 0_n$. Se k menor inteiro positivo tal que $A^k = 0_n$, dizemos que A nilpotente de índice k.
- Dizemos que a matriz quadrada A é auto-reflexiva se $A^2 = I$
- Dizemos que a matriz quadrada A é idempotente se $A^2 = A$

Matrizes normais

- Seja A uma matriz real de ordem n. Dizemos que A é uma matriz normal se $A^tA = AA^t$, isto é, as matrizes A e A^t são comutativas.

Matrizes normais

- Seja A uma matriz real de ordem n. Dizemos que A é uma matriz normal se $A^tA = AA^t$, isto é, as matrizes A e A^t são comutativas.
- Seja A uma matriz complexa de ordem n. Dizemos que A é uma matriz normal se $A^*A = AA^*$, isto é, as matrizes A e A^* são comutativas.

Matrizes em blocos

Definição 1 Dizemos que uma matriz $A \in M^{m\times n}(\mathbb{R})$ é uma **matriz em blocos** quando podemos particionar linhas e colunas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{q1} & \dots & A_{qr} \end{bmatrix}$$

onde cada matriz $A_{\alpha\beta}$ é de ordem $m_\alpha \times n_\beta$, com $m_1 + \cdots + m_q = m$ e $n_1 + \cdots + n_r = n$

Exemplo:

,

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$

,

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e
$A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$,

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$

onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por

$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2, m_2 = 1, n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 1$.

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2, m_2 = 1, n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2, m_2 = 1, n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Portanto a matriz $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2$, $m_2 = 1$, $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Portanto a matriz $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por

$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2$, $m_2 = 1$, $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Portanto a matriz $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2$, $m_2 = 1$, $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Portanto a matriz $A \in M_{3\times5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por

$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2$, $m_2 = 1$, $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Portanto a matriz $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2$, $m_2 = 1$, $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Portanto a matriz $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2$, $m_2 = 1$, $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$. Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5$.

Portanto a matriz $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

Exemplo: Considere a matriz em blocos $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ definida na forma:
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$
onde as matrizes $A_{\alpha\beta}$ são dadas por
$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A_{13} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, $A_{21} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $A_{23} = \begin{bmatrix} -8 \end{bmatrix}$, com $m_1 = 2, m_2 = 1, n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 1.$ Assim, temos $m_1 + m_2 = 3$ e $n_1 + n_2 + n_3 = 5.$

Portanto a matriz $A \in M_{3\times 5}(\mathbb{R})$ é dada por $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & -8 \end{bmatrix}$

É importante observar que podemos particionar a matriz A em blocos de diversas maneiras.